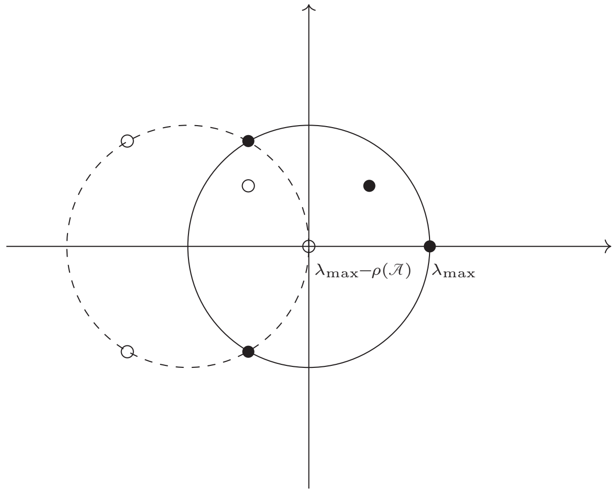

Rysunek 1.1. Widmo okresowej macierzy $\mathcal{A}$ (pełne kółka) w jej kole spektralnym i jego przesunięcie w lewo o $\rho(\mathcal{A})$ (puste kółka). Widzimy, że wartości własne o tej samej wartości bezwzględnej co $\lambda_{\max}$ (ani żadne inne) nie mogą mieć tej samej części rzeczywistej co dominująca wartość własna macierzy Metzlera $\mathcal{B} = -\rho(\mathcal{A})\mathcal{I} + \mathcal{A}$

Definicja 1.3. Mówimy, że macierz Metzlera $\mathcal{B}$ jest nieredukowalna, jeśli macierz $\mathcal{A}$ jest nieredukowalna.

Oczywiście definicja 1.3 nie zależy od z. Istotnie, zgodnie z uwagą 1.4, współczynniki na przekątnej nie odgrywają roli w definicji nieredukowalności macierzy $\mathcal{A}$. Widzimy też, że klasyfikacja macierzy Metzlera jest prostsza niż macierzy nieujemnych. Jak widać na rysunku 1.1, jeśli $\mathcal{B}$ jest nieredukowalna, to istnieje prosta wartość własna $\lambda_{\max}$ macierzy $\mathcal{B}$ i, nawet jeśli $\mathcal{B}$ jest macierzą okresową, $\lambda_{\max} - z > \Re\lambda$ dla wszystkich innych wartości własnych λ macierzy $\mathcal{B}$. Dokładniej, zachodzi następująca wersja twierdzenia Perrona-Frobeniusa dla macierzy Metzlera (patrz [76, Theorem 2.6]).

Twierdzenie 1.3. *Załóżmy, że $\mathcal{B}$ jest nieredukowalną macierzą Metzlera. Istnieje wartość własna $\tau_{\max}$ macierzy $\mathcal{B}$, która jest rzeczywista, prosta oraz spełnia*

$$\tau_{\max} > \Re\lambda$$

dla wszystkich $\lambda \in \sigma(\mathcal{B})$, $\lambda \neq \tau_{\max}$. Wartości własnej $\tau_{\max}$ odpowiadają jedyne, z dokładnością do stałych mnożników, dodatnie prawe i lewe wektory własne.

Wiele użytecznych własności macierzy Metzlera można udowodnić w stosunkowo prosty sposób przy wykorzystaniu metod teorii układów dynamicznych